Satelliten-Jojo

Auf explosive Art und Weise soll experimentell die Transformation vom Drehimpuls zum linearen Impuls vor Augen geführt werden. Des weiteren lässt sich auf die Erhaltung des Impulses schliessen.

A)Beschreibung des Experiments

An der drehbare Trommel sind zwei kleine massive rote Körper angebracht (gekennzeichnet durch schwarze Pfeile in Abb. 1). Dabei ist die Masse der scheinbar schweren Trommel gegenüber den beiden roten Körpern klein. In der angesengten Mitte ist ein Sprengkörper angebracht, welcher bei der eintretenden Explosion die Schnüre trennt, an denen die roten Körper angebracht sind. Wurde nun die Trommel vor der Explosion in Rotation versetzt, so verlassen die massiven Körper dieses System und zwar in einer tangential gerichteten horizontalen Flugbahn. Kurz nach dem die Körper das rotierende System verlassen haben versiegt die Rotation der Trommel instantan.

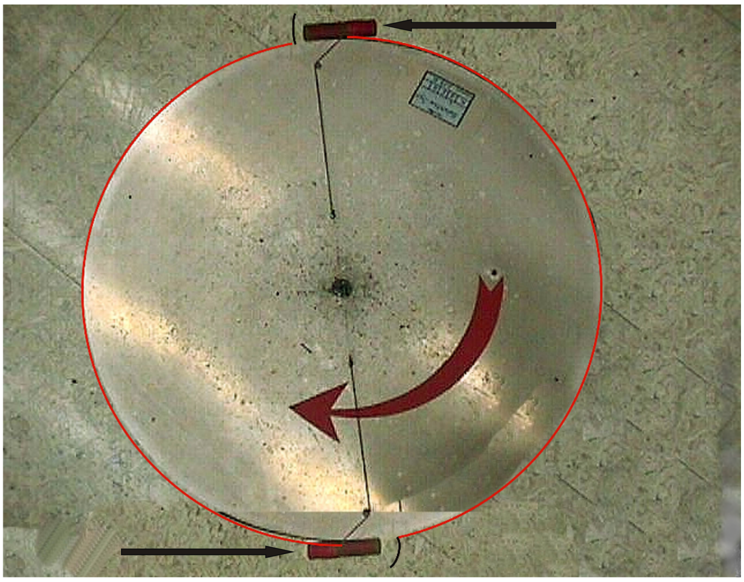

Abbildung 1: Ansicht von oben auf das Satelliten-Jojo

B) Physikalische Grundlagen

Einem rotierenden System kann der Anfangsdrehimpuls L_A zugeordnet werden

$$L_A = J_A \cdot \omega_A \, , \qquad (1)$$

dabei stellt ω_A die Winkelgeschwindigkeit und J_A das Trägheitsmoment dar. Unter der Annahme, dass die Masse der Trommel gegenüber den beiden Körper vernachlässigbar ist und die beiden Körper als Massenpunkte der Masse m

betrachtet werden können, lässt sich das Trägheitsmoment wie folgt schreiben

$$J_A = \sum_i r_i^2 \cdot m_i = 2r^2 \cdot m \tag{2}$$

Aus (2) und (1) folgt ein neuer Ausdruck für den Drehimpuls

$$L_A = 2r^2 \cdot m \cdot \omega_A \tag{3}$$

Nach der gewaltigen Explosion verändert sich die Konfiguration des Systems. Die beiden roten Körper sind nun mehr kein Bestandteil des rotierenden Systems. Weil der Drehimpuls eine Erhaltungsgrösse darstellt muss gelten: $L_A = L_B$, mit $L_B = J_B \cdot \omega_B$. Da nun die Masse der Trommel vernachlässigbar ist, kann der Drehimpuls L_B nicht durch die Trommel getragen werden. L_B geht darum vollständig auf die roten Körper über, was das Versiegen der Rotation der Trommel erklärt.
Obwohl sich die roten Massenpunkte nicht mehr im rotierenden System befinden, ist es möglich ihnen einen Drehimpuls bezüglich der Drehachse der Trommel zuzuordnen (siehe Abb. 2).

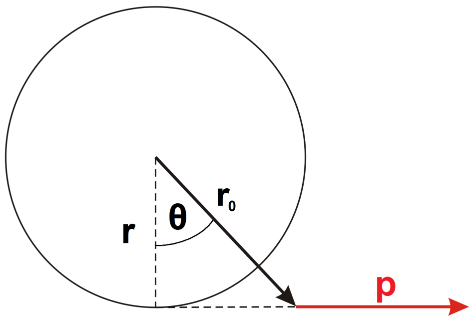

Abbildung 2: Drehimpuls eines Körpers ausserhalb des rotierenden Systems

Der Drehimpuls L für einen einzelnen Körper berechnet sich folgendermassen

$$\vec{L} = \vec{r}_0 \wedge \vec{p} \quad \Longrightarrow \quad L = r_0 \cdot p \cdot \sin(\theta) = r \cdot p$$

Mit der Drehimpulserhaltung gilt nun

$$\begin{aligned} L_A = 2r^2 \cdot m \cdot \omega_A = L_B = J_B \cdot \omega_B &= 2r^2 \cdot m \cdot \omega_B \\ \text{mit } \omega_B &= \frac{v_B}{r} \\ &= 2r^2 \cdot m \cdot \frac{v_B}{r} = 2r \cdot mv_B = 2r \cdot p_B \end{aligned} \tag{4}$$

Jeder der roten Körper trägt dabei $\frac{1}{2} \cdot L_B = r \cdot p_B$. Es wichtig anzumerken, dass die obigen Berechnungen nur für den Zeitpunkt unmittelbar nach der Explosion gültig sind. Aufgrund der Erdbeschleunigung gewinnen die beiden Körper an Geschwindigkeit, was zu einem grösseren linearen Impuls und damit auch zu einem grösseren Drehimpuls bezüglich des Trommelmittelpunktes führt.